НОВЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ИССЛЕДОВАНИЯ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ ФИЛЬТРАЦИИ

***Ю.Н. Васильев* (*ООО «Газпром ВНИИГАЗ»*)**

При обработке данных исследований скважин на нестационарных режимах фильтрации для определения параметров коллекторов, содержащих воду, нефть или газ, используется всего одно решение параболического уравнения фильтрации, полученное для постоянного расхода (дебита) соответствующего флюида. Все методические видоизменения этих исследований объединяются общим названием – *обработка кривых восстановления давления*. При их проведении во всех случаях скважину приходится останавливать, нередко на несколько суток.

В настоящее время применяются приборы, позволяющие регистрировать изменение устьевого и забойного давлений с интервалом в секунду в течение 12 ч. Серийно выпускаются расходомеры для непрерывного замера дебитов жидкостей и газов.

С внедрением систем телеизмерений и телеуправления возникла проблема проведения исследований по определению физических свойств продуктивных пластов на нестационарных режимах без остановки добывающих нефтяных и газовых скважин и выпуска их продукции в атмосферу. Эта проблема особенно актуальна для исследования скважин на завершающей стадии разработки уникальных месторождений севера Западной Сибири и вступающих в разработку месторождений п-ова Ямал.

Поскольку единого алгоритма обработки данных при нестационарных режимах фильтрации, позволяющего определять физические свойства пласта при произвольно изменяемом дебите без остановки скважины, не существует, автор настоящей статьи предлагает один из таких алгоритмов с выводом конечного дифференциального выражения для обработки результатов газовой скважины.

Уравнение неразрывности для радиального притока записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\alpha\rho) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho V), \qquad (1)$$

где ϕ – коэффициент открытой пористости пласта, который в дальнейшем принимается имеющим постоянное значение; α – коэффициент газонасыщенности пор; ρ – плотность газа, являющаяся функцией давления p; V – радиальная скорость фильтрации газа; t – время; r – радиальная координата; ∂ – знак частной производной.

По закону Дарси:

$$V = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r}, \tag{2}$$

где k – проницаемость пористой породы; μ – вязкость фильтрующегося газа (значения k и μ считаются постоянными).

Приближенное уравнение состояния можно получить, используя обобщенное уравнение Менделеева – Клапейрона:

$$p\Omega = \frac{m}{M} z(p, T)RT\ , \tag{3}$$

где Ω – объем газа для массы газа m; M – молекулярный вес газа; $z(p,\ t)$ – безразмерный коэффициент сжимаемости, учитывающий отклонение термодинамических свойств реального газа от термодинамических свойств идеального и зависящий от абсолютных температуры и давления газа T; R – универсальная газовая постоянная.

Если в уравнении (3) поделить правую и левую части на Ω, то его можно записать в следующем виде:

$$p = \frac{\rho}{M} z(p, T)RT\ . \tag{3$_1$}$$

Чтобы исключить из уравнения (3_1) молекулярный вес M и универсальную газовую постоянную R, необходимо записать его для стандартных условий ($T_* = 293{,}15$ К и $p_* = 101\,325$ Па).

Поделив уравнение (3_1) на уравнение при стандартных условиях, можно получить уравнение состояния для газа в следующем виде:

$$p = D \cdot \rho, \tag{3$_2$}$$

где

$$D = p_* z(p, T) \cdot T \big/ (\rho_* z_* T_*), \tag{3$_3$}$$

где ρ_*, z_* – соответственно плотность и коэффициент сжимаемости газа при стандартных условиях (т.е. $p = p_*$ и $T = T_*$).

В общем случае коэффициент D в уравнении (3_2) зависит от давления и температуры. При изотермическом процессе, который будет рассмотрен в статье, $T = const$. Если в рассматриваемом процессе изменение давления относительно абсолютного давления (под которым находится газ) невелико, то с небольшой погрешностью можно заменить переменный коэффициент $z(p, T)$ на постоянный от некоторого среднего значения давления.

Подстановкой в уравнение неразрывности (1) выражения ρ через p из приближенного уравнения состояния (3_2) и выражения для скорости фильтрации из закона Дарси (2), делая при этом необходимые сокращения, нетрудно получить дифференциальное уравнение фильтрации газа в пористой среде, имеющее постоянные значения коэффициентов проницаемости, пористости и газонасыщенности:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{2\mu\phi\alpha}\left(\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p^2}{\partial r}\right). \quad (4)$$

Нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных относится к параболическому типу. Аналитические решения этого уравнения, которые могли бы использоваться при обработке результатов исследований газовых скважин при нестационарных режимах фильтрации, неизвестны, поэтому его линеаризуют, чаще всего относительно квадрата давления. Известный вывод уравнения (4) повторен, чтобы напомнить читателю те упрощения, которые допускаются при его выводе, и затем, при его линеаризации, добавить к ним дополнительные.

Используя уравнение (2), можно найти массовую скорость фильтрации газа:

$$\rho V = \frac{k}{\mu}\rho\frac{\partial p}{\partial r}. \quad (5)$$

Заменив в уравнении (5) плотность ρ по формуле (3_2), получим

$$\frac{1}{D}pV = \frac{1}{D}\frac{k}{\mu}p\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{k}{2D\mu}\frac{\partial p^2}{\partial r}. \quad (6)$$

Имея массовую скорость ρV, нетрудно определить массовый дебит скважины Q_m, умножив ее на цилиндрическую площадь при радиальной фильтрации $2\pi rh$:

$$Q_m = 2\pi rh\frac{1}{D}pV = \frac{\pi rkh}{D\mu}\cdot\frac{\partial p^2}{\partial r}, \quad (7)$$

откуда

$$r\frac{\partial p^2}{\partial r}=\frac{D\mu Q_m}{\pi kh}. \tag{8}$$

Дифференцируя выражение (8) по r и помня, что Q_m является функцией p, получаем

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p^2}{\partial r}\right)=\frac{D\mu}{\pi kh}\cdot\frac{dQ_m}{dp}\cdot\frac{\partial p}{\partial r}. \tag{9}$$

Частная производная $\frac{\partial p}{\partial r}$ находится из выражения (7), которое может быть переписано в следующем виде:

$$Q_m=\frac{2\pi rkh}{D\mu}\cdot p\frac{\partial p}{\partial r}.$$

Следовательно,

$$\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{D\mu\cdot Q_m}{2\pi rkhp}. \tag{10}$$

Раскрывая левую часть уравнения (9), подставляя в его правую часть выражение для $\frac{\partial p}{\partial r}$ из (10) и деля обе части на r, окончательно получаем

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p^2}{\partial r}=\frac{1}{4p}\cdot\frac{D^2\mu^2}{\pi^2k^2h^2r^2}\cdot\frac{dQ_m^2}{dp}. \tag{11}$$

Подставляя правую часть уравнения (11) вместо выражения $\left(\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p^2}{\partial r}\right)$ в уравнение (4), делая необходимые сокращения и преобразования, получаем

$$\frac{\partial p^2}{\partial t}=\frac{D^2\mu}{4\pi^2kh^2r^2\phi\alpha}\cdot\frac{dQ_m^2}{dp}, \tag{12}$$

откуда окончательно:

$$\frac{4\pi^2kh^2r^2\phi\alpha}{D^2\mu}=\frac{dQ_m^2}{dp}\bigg/\frac{\partial p^2}{\partial t}. \tag{13}$$

Формула (13) является основной для обработки результатов исследования газовой скважины, если известно синхронное изменение массового дебита от переменного забойного давления.

В итоге мы можем сделать интересный вывод: оказывается, отношение производной от квадрата массового дебита по давлению к производной от квадрата давления по времени остается на забое для конкретной скважины постоянным значением, зависящим от физических свойств продуктивного пласта, зафиксированных в формуле (13), в которой произвольный квадрат радиуса нужно заменить на квадрат радиуса скважины.

Если расходомер дает массовую скорость, то формула (13) может быть записана в следующем виде:

$$\frac{4\pi^2 k h^2 r^2 \phi\alpha D}{\mu} = \frac{dQ_m^2}{d\rho} \bigg/ \frac{\partial \rho^2}{\partial t}. \tag{14}$$

Следует обратить внимание на то, что формулы (13) и (14) получены из нелинейных уравнений фильтрации: первая – из уравнения (4), вторая – из уравнения

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{kD}{2\mu\phi\alpha}\left(\frac{\partial^2 \rho^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \rho^2}{\partial r}\right). \tag{15}$$

Аналогичные формулы могут быть получены изложенным способом из линеаризованных уравнений [1]. При использовании линеаризованного уравнения

$$\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial t} = \frac{k\overline{p}}{\mu\phi\alpha}\left(\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial r}\right), \tag{16}$$

где $P = p^2$; $\overline{p}$ – среднее давление в диапазоне давлений, для которого применяется уравнение (16), формула для определения параметров пласта будет иметь следующий вид:

$$\frac{2\pi^2 k h^2 r^2 \phi\alpha}{\mu\overline{p}D^2} = \frac{dQ_m^2}{dP} \bigg/ \frac{\partial P}{\partial t}. \tag{17}$$

При выводе всех трех формул (13, 14 и 17) использовалось одно и то же приближенное уравнение состояния (3_2). Если для линеаризации дифференциального уравнения применить уравнение состояния

$$\rho = Ce^{\lambda p}, \tag{18}$$

где C – константа, определяемая, как указано в работе [1];

$$\lambda = \ln\frac{\rho_2}{\rho_1} \bigg/ (p_2 - p_1), \tag{19}$$

где ρ_1, ρ_2 – плотности газа при давлениях p_1 и p_2 ($p_2 > p_1$) того диапазона давлений, для которого используется уравнение фильтрации, то оно примет следующий вид:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}=\frac{k}{\mu\phi\alpha\lambda}\left(\frac{\partial^2\rho}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\rho}{\partial r}\right). \qquad (20)$$

При использовании уравнения (20) по аналогичной процедуре получим формулу

$$\frac{8\pi^2kh^2r^2\phi\alpha}{\mu\lambda}=\frac{dQ_m^2}{d\rho}\bigg/\frac{\partial\rho}{\partial t}. \qquad (21)$$

Для обработки результатов исследования газовой скважины при любых нестационарных режимах необходимы таблицы синхронных значений ее забойных давлений в Паскалях и соответствующих им забойных массовых дебитов в кг/с. В отсутствие приборов, фиксирующих эти параметры на забое, придется пользоваться устьевыми значениями тех же параметров при пересчете их на забойные, внося непременные в таких случаях погрешности. При этом следует иметь в виду, что объемный (и массовый) устьевой расход газа (дебит) при синхронизации с давлением требует сдвига по времени на тот промежуток в секундах, который необходим при данном расходе и давлении, чтобы переместить массу газа в килограммах от забоя до устья скважины. В этом случае приходится дополнительно решать задачу о нестационарном движении газа по лифтовой трубе (вертикальной или наклонной).

Определение забойного давления по устьевому в незапакерованных скважинах также требует решения дополнительной задачи о колебании газового ствола в кольцевом пространстве.

В результате исследований при переменном забойном давлении на некотором интервале через определенные промежутки времени (обычно через одну секунду) будут зафиксированы значения этих давлений и соответствующие массовые или объемные расходы (дебиты).

Далее необходимо дать некоторые пояснения к формуле (13). Аналогичные процедуры с необходимыми коррективами, обусловленными видом производных, следует выполнить и при использовании формул (14, 17, 21).

Если используется формула (13), то по исходным таблицам, полученным в результате измерений зависимости массового расхода (дебита) Q_m и давления p от времени, строятся зависимости Q_m^2 от давления p и зависимости p^2 от времени.

Затем для некоторого произвольного фиксированного времени t внутри промежутка исследования численно находятся значения производных dQ_m^2 / dp и $\partial p^2 / \partial t$ и вычисляется их отношение.

Для приближенного дифференцирования могут быть использованы формулы, основанные на первой интерполяционной формуле Ньютона или на формуле Стирлинга, а также формулы численного дифференцирования для равноотстоящих точек или проведено графическое дифференцирование [2].

Список литературы

1. Васильев Ю.Н. Математические основы обработки результатов газодинамических исследований скважин / Ю.Н. Васильев, Н.И. Дубина. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2008. – 116 с.
2. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики / Б.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664 с.