

УДК 622.279.23

В.А. Истомина

Неизотермическая фильтрация газа в призабойной зоне пласта

Ключевые слова: призабойная зона пласта, неизотермическая фильтрация газа, дросселирование газа, газодинамические исследования скважин на стационарных режимах фильтрации.

Keywords: bottom-hole formation zone, non-isothermal gas filtration, choking gas, well testing at stationary regimes.

Стационарное неизотермическое течение газа в призабойной зоне пласта (ПЗП) в хорошем приближении может рассматриваться как процесс дросселирования с сохранением энтальпии потока. Такое течение традиционно описывается системой уравнений энергии и фильтрации газа, в которых используются два термодинамических параметра природного газа: коэффициенты Джоуля–Томпсона и сжимаемости. Ниже развивается альтернативный подход к описанию неизотермической фильтрации газа, в котором вместо коэффициентов Джоуля–Томпсона и сжимаемости применяются показатели изоэнтальпийного термодинамического процесса (показатели изоэнтальпы). Использование этих показателей позволяет получить уравнение фильтрации газа при сохранении энтальпии потока без явной записи уравнения энергии. Для неизотермического течения газа в призабойной зоне получаются формулы, удобные в практическом отношении при обработке газодинамических исследований газовых и газоконденсатных скважин на стационарных режимах.

Рассмотрение неизотермической фильтрации газа в ПЗП начнем с вывода основных термодинамических соотношений для показателей изоэнтальпы. Ранее в работах [1, 2] детально были исследованы три взаимосвязанных показателя изоэнтропии (адиабаты) – k_s , ϵ_s , δ_s :

$$k_s = -\frac{V}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_s; \quad \epsilon_s - 1 = \frac{p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_s; \quad \delta_s - 1 = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_s,$$

и отмечена возможность аналогичного термодинамического анализа показателей других стандартных политропических процессов – изоэнтальпийного (при постоянной энтальпии H) и изоэнергетического (при постоянной внутренней энергии U).

По аналогии введем в рассмотрение тройку показателей изоэнтальпы (k_H , ϵ_H , δ_H) простой термодинамической системы (имеем в виду конкретно природный газ) по следующим определениям:

$$k_H = -\frac{V}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_H; \quad \epsilon_H - 1 = \frac{p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H; \quad \delta_H - 1 = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_H. \quad (1)$$

В определениях (1) частные производные берутся при постоянной (удельной) энтальпии. Из определений (1) следует, что эти показатели связаны соотношением

$$k_H = \frac{(\delta_H - 1)\epsilon_H}{\epsilon_H - 1}.$$

Таким образом, только любые два из трех показателей являются независимыми, причем они полностью характеризуют давление, молярный объем и температуру газа (p , V , T) при его изоэнтальпийном течении. В рассматриваемом случае основной интерес представляют два показателя – k_H , ϵ_H .

С учетом уравнения состояния $pV = zRT$ (здесь R – удельная газовая постоянная, z – коэффициент сжимаемости, далее все размерные величины – удельные) имеют место и другие эквивалентные записи определений (1) показателей изоэнтальпы:

$$\frac{k_H - 1}{k_H} = \frac{p}{(zT)} \left[\frac{\partial(zT)}{\partial p} \right]_H; \quad k_H - 1 = -\frac{V}{zT} \left[\frac{\partial(zT)}{\partial V} \right]_H; \quad \epsilon_H = -\frac{(V/z)}{p} \left[\frac{\partial p}{\partial(V/z)} \right]_H, \quad (2)$$

$$\epsilon_H - 1 = -\frac{(V/z) \left[\frac{\partial T}{\partial(V/z)} \right]_H}{T}; \quad \delta_H = -\frac{V \left[\frac{\partial(p/z)}{\partial V} \right]_H}{(p/z)}; \quad \frac{\delta_H - 1}{\delta_H} = \frac{(p/z) \left[\frac{\partial T}{\partial(p/z)} \right]_H}{T}. \quad (3)$$

Таким образом, для каждого из показателей $k_H, \epsilon_H, \delta_H$ можно дать три эквивалентных определения, но одно из них является «выделенным», когда показатель записывается в своих естественных переменных и в его определение не входит коэффициент сжимаемости z .

Для идеального газа все три показателя имеют постоянное значение: $k_H = 1, \epsilon_H = 1, \delta_H = 1$, т.е. для этого случая процесс дросселирования протекает без изменения температуры газа.

В областях малого изменения показателей $k_H, \epsilon_H, \delta_H$ соотношения (1) можно приближенно проинтегрировать с получением уравнений изоэнтальпы (их естественно назвать обобщенными уравнениями Пуассона):

$$p_1 V_1^{\bar{k}_H} = p_2 V_2^{\bar{k}_H} \quad \text{или} \quad \frac{p_1}{\rho_{g1}^{\bar{k}_H}} = \frac{p_2}{\rho_{g2}^{\bar{k}_H}}; \quad (4)$$

$$\frac{T_1^{\bar{\epsilon}_H}}{p_1^{\bar{\epsilon}_H - 1}} = \frac{T_2^{\bar{\epsilon}_H}}{p_2^{\bar{\epsilon}_H - 1}}; \quad (5)$$

$$T_1 V_1^{\bar{\delta}_H - 1} = T_2 V_2^{\bar{\delta}_H - 1}. \quad (6)$$

Черта над показателями означает усреднение вдоль изоэнтальпы (от начальных до конечных значений давления и температуры). Соотношения (4)–(6) показывают взаимосвязь между температурой, давлением и удельным объемом реального газа в изоэнтальпийном процессе.

Установим взаимосвязи показателей изоэнтальпы $k_H, \epsilon_H, \delta_H$ с показателями изотропы $k_s, \epsilon_s, \delta_s$ и безразмерными термическими коэффициентами:

- температурный коэффициент объемного расширения α/α_0 :

$$\alpha/\alpha_0 = \frac{T}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p, \quad \alpha_0 = \frac{1}{T};$$

- изотермический коэффициент сжатия β/β_0 :

$$\beta/\beta_0 = -\frac{p}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T, \quad \beta_0 = \frac{1}{p};$$

- термический коэффициент давления γ/γ_0 :

$$\gamma/\gamma_0 = \frac{T}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V, \quad \gamma_0 = \frac{1}{T}.$$

В силу тождества $\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = -1$ между безразмерными термическими коэффициентами имеет место соотношение

$$\alpha/\alpha_0 = (\beta/\beta_0)(\gamma/\gamma_0).$$

Показатель k_H

Исходим из тождества

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_H \left(\frac{\partial V}{\partial H} \right)_p \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_V = -1.$$

Отсюда:

$$k_H = -\frac{V}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_H = \frac{V}{p} \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial V} \right)_p}{\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_V}.$$

Из формул

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V} \right)_p = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_S = \frac{p \epsilon_S}{\epsilon_S - 1}, \quad \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_V = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_S = \frac{V \delta_S}{\delta_S - 1}$$

получаем соотношение

$$k_H = \frac{\epsilon_S (\delta_S - 1)}{\delta_S (\epsilon_S - 1)} = \frac{k_S}{\delta_S} = \frac{C_p}{C_v (\beta/\beta_0) + zR(\gamma/\gamma_0)}. \quad (7)$$

Показатель ϵ_H

Исходим из тождества

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H \left(\frac{\partial p}{\partial H} \right)_T \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = -1.$$

Отсюда

$$\frac{\epsilon_H - 1}{\epsilon_H} = \frac{p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H = -\frac{p}{T} \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p}.$$

Используя формулы

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T &= V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = V \left(1 - \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right) \right); \\ \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p &= C_p = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_S \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{p \epsilon_S}{\epsilon_S - 1} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{p V \epsilon_S}{T (\epsilon_S - 1)} \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right) = \frac{z R \epsilon_S}{\epsilon_S - 1} \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right), \end{aligned}$$

получаем соотношение

$$\frac{\epsilon_H - 1}{\epsilon_H} = -\frac{p}{T} \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p} = \frac{\epsilon_S - 1}{\epsilon_S} \left(\frac{(\alpha/\alpha_0) - 1}{(\alpha/\alpha_0)} \right) = \frac{\epsilon_S - 1}{\epsilon_S} \left[1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)} \right] = \frac{zR((\alpha/\alpha_0) - 1)}{C_p}. \quad (8)$$

Показатель δ_H

Исходим из тождества

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_H \left(\frac{\partial V}{\partial H} \right)_T \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_V = -1.$$

Отсюда:

$$\delta_H - 1 = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_H = \frac{V}{T} \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_T}{\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_V}.$$

Учитывая, что

$$\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V + V\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_T = p\left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right) - \frac{p}{(\beta/\beta_0)};$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_V \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \left(V - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_S\right) \frac{p}{T} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right) = \frac{zR\delta_s}{\delta_s - 1} \left(\frac{\gamma}{\gamma_0}\right),$$

получаем:

$$\delta_H - 1 = \frac{V\left(\frac{\partial H}{\partial V}\right)_T}{T\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V} = \left(\frac{\delta_s - 1}{\delta_s}\right) \left(1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)}\right) = \frac{zR(\gamma/\gamma_0)}{C_V + zR(\gamma/\gamma_0)} \left(1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)}\right). \quad (9)$$

Впрочем, соотношение (9) автоматически вытекает из соотношений (7), (8) и

формулы $k_H = \frac{(\delta_H - 1)\epsilon_H}{\epsilon_H - 1}$.

Полученные формулы (7)–(9) можно использовать в расчетах k_H , ϵ_H , δ_H как функции давления и температуры, если известны калорическое и термическое уравнения состояния рассматриваемого реального газа.

Далее представляет интерес изменение энтропии и внутренней энергии вдоль изохорного процесса ($H = const$). С этой целью получим выражения для частных производных энтропии S и внутренней энергии U по температуре, давлению и объему при $H = const$.

Частные производные удельной энтропии S (при $H = const$)

Исходим из соотношения частной производной энтропии по давлению при постоянной энтальпии

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_H = -\frac{V}{T}.$$

Для частных производных по температуре и объему получаем следующие выражения через показатели изохорности:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_H = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_H \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_H = -\frac{zR}{T} \frac{\epsilon_H}{\epsilon_H - 1},$$

отсюда:

$$\frac{\epsilon_H}{\epsilon_H - 1} = -\frac{T}{zR} \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_H; \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial(zT)}\right)_H = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_H \left(\frac{\partial p}{\partial(zT)}\right)_H = -\frac{pV}{zT^2} \frac{k_H}{k_H - 1} = -\frac{zR}{T} \frac{k_H}{k_H - 1},$$

отсюда:

$$\frac{k_H}{k_H - 1} = -\frac{T}{zR} \left(\frac{\partial S}{\partial(zT)}\right)_H; \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_H = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_H \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_H = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_H = k_H \left(\frac{p}{T}\right) = \frac{k_H p}{T},$$

отсюда:

$$k_H = -\frac{V}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_H = \frac{T}{p} \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_H; \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial(V/z)} \right)_H = \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_H \left(\frac{\partial p}{\partial(V/z)} \right)_H = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial(V/z)} \right)_H = z\varepsilon_H \left(\frac{p}{T} \right),$$

отсюда:

$$\varepsilon_H = \frac{T}{zp} \left(\frac{\partial S}{\partial(V/z)} \right)_H. \quad (13)$$

И, наконец:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial(p/z)} \right)_H = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_H \left(\frac{\partial V}{\partial(p/z)} \right)_H = \frac{p}{T} k_H \left(-\frac{V}{(p/z)\delta_H} \right) = -\frac{Vzk_H}{T\delta_H},$$

или то же соотношение, выведенное иначе:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial(p/z)} \right)_H = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_H \left(\frac{\partial T}{\partial(p/z)} \right)_H = -\frac{Vzk_H}{T\delta_H}. \quad (14)$$

Если считать показатели изоэнтальпы приближенно постоянными (осредненными вдоль процесса), то соотношения (10)–(14) можно приближенно проинтегрировать и получить приращение (производство) удельной энтропии в изоэнтальпийном термодинамическом процессе.

Частные производные внутренней энергии U (при $H = const$)

Эти производные могут быть получены из соотношений:

$$k_H - 1 = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_H; \quad (15)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p} \right)_H = \frac{V}{k_S} + \frac{T}{\varepsilon_S} \left(-\frac{V}{T} \right) = \frac{V}{k_S} - \frac{V}{\varepsilon_S} = V \left(\frac{1}{k_S} - \frac{1}{\varepsilon_S} \right) = V \left(\frac{1 - k_H}{k_H} \right).$$

Далее:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial(p/z)} \right)_H = zV \left(\frac{1}{k_S} - \frac{1}{\varepsilon_S} \right) \left(\frac{k_H}{\delta_H} \right); \quad \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_H = V \frac{1 - k_H}{\delta_H - 1} = -V \left(\frac{k_H - 1}{\delta_H - 1} \right),$$

отсюда:

$$\frac{k_H - 1}{\delta_H - 1} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_H. \quad (16)$$

Если считать показатели изоэнтальпы приближенно постоянными (осредненными вдоль процесса), то соотношения (15)–(16) можно приближенно проинтегрировать и получить изменение удельной внутренней энергии при изоэнтальпийном процессе.

Аналогично рассмотренным выше показателям изоэнтальпы можно ввести в рассмотрение показатели изоэнергетического термодинамического процесса ($U = const$) k_U , ε_U , δ_U по определениям:

$$k_U = -\frac{V}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_U; \quad \varepsilon_U - 1 = \frac{p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_U; \quad \delta_U - 1 = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_U; \quad k_U = \frac{(\delta_U - 1)\varepsilon_U}{\varepsilon_U - 1}. \quad (17)$$

Также можно установить связи показателей изоэнергии с показателями изоэнтропии и безразмерными термическими коэффициентами. Но эти соотношения в дальнейшем не представляют интереса для задачи неизотермической фильтрации газа,

поэтому здесь не выписываются. Отметим только наиболее простые из них, иллюстрирующие взаимосвязи между тремя группами показателей:

$$k_H = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \right) / \left(\frac{\delta}{\delta - 1} \right) = \frac{k}{\delta}; \quad k_U = \frac{\delta - 1}{\varepsilon - 1} = \frac{k}{\varepsilon}; \quad \frac{k_H}{k_U} = \frac{\varepsilon}{\delta};$$

$$\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \left[1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)} \right]; \quad \frac{\varepsilon_U - 1}{\varepsilon_U} = (\varepsilon - 1) \left[1 - \frac{1}{(\gamma/\gamma_0)} \right];$$

$$\delta_H - 1 = \left(\frac{\delta - 1}{\delta} \right) \left(1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)} \right); \quad \delta_U - 1 = (\delta - 1) \left(1 - \frac{1}{(\gamma/\gamma_0)} \right).$$

Таким образом, выше получены основные термодинамические соотношения для показателей $k_H, \varepsilon_H, \delta_H$ изоэнтальпийного процесса (формулы (1)–(17)). В случае необходимости все дополнительные соотношения могут быть получены из приведенных формул. Сводка наиболее важных соотношений дана в таблице.

Сводка определений и основных соотношений для показателей изоэнтальпы

Наименование	Показатель k_H	Показатель ε_H	Показатель δ_H
Переменные	p, V, zT	$p, V/z, T$	$p/z, V, T$
Определения показателей $k_H, \varepsilon_H, \delta_H$	$k_H = -\frac{V}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_H$ $\frac{k_H - 1}{k_H} = \frac{p}{(zT)} \left[\frac{\partial(zT)}{\partial p} \right]_H$ $k_H - 1 = -\frac{V}{(zT)} \left[\frac{\partial(zT)}{\partial V} \right]_H$	$\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H} = \frac{p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H$ $\varepsilon_H = -\frac{(V/z)}{p} \left[\frac{\partial p}{\partial(V/z)} \right]_H$ $\varepsilon_H - 1 = -\frac{(V/z)}{T} \left[\frac{\partial T}{\partial(V/z)} \right]_H$	$\delta_H - 1 = -\frac{V}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_H$ $\delta_H = -\frac{V}{(p/z)} \left[\frac{\partial(p/z)}{\partial V} \right]_H$ $\frac{\delta_H - 1}{\delta_H} = \frac{(p/z)}{T} \left[\frac{\partial T}{\partial(p/z)} \right]_H$
Связи с характеристическими функциями U, S	$k_H = \frac{T}{p} \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_H$ $\frac{k_H - 1}{k_H} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial U}{\partial p} \right)_H$ $k_H - 1 = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_H$ $\frac{k_H}{k_H - 1} = -\frac{T}{zR} \left(\frac{\partial S}{\partial(zT)} \right)_H$	$\varepsilon_H = \frac{T}{zp} \left(\frac{\partial S}{\partial(V/z)} \right)_H$ $\frac{\varepsilon_H}{\varepsilon_H - 1} = -\frac{T}{zR} \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_H$	$\delta_H = -\frac{k_H zV}{T} \left(\frac{\partial(p/z)}{\partial S} \right)_H$ $\delta_H - 1 = -V(k_H - 1) \left(\frac{\partial T}{\partial U} \right)_H$
Связь с показателями изоэнтропы	$k_H = \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_S - 1} = \frac{k_S}{\delta_S}$ $\frac{k_H - 1}{k_H} = \frac{1}{\varepsilon_S} - \frac{1}{k_S}$	$\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H} = \frac{\varepsilon_S - 1}{\varepsilon_S} \left[1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)} \right]$	$\delta_H - 1 = \left(\frac{\delta_S - 1}{\delta_S} \right) \left(1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)} \right)$
Обобщенные уравнения Пуассона	$p_1 V_1^{\bar{k}} = p_2 V_2^{\bar{k}}$ $\frac{(z_1 T_1)^{\bar{k}}}{p_1^{\bar{k}-1}} = \frac{(z_2 T_2)^{\bar{k}}}{p_2^{\bar{k}-1}}$ $(z_1 T_1) V_1^{\bar{k}-1} = (z_2 T_2) V_2^{\bar{k}-1}$	$p_1 (V_1/z_1)^{\bar{\varepsilon}} = p_2 (V_2/z_2)^{\bar{\varepsilon}}$ $\frac{T_1^{\bar{\varepsilon}}}{p_2^{\bar{\varepsilon}-1}} = \frac{T_2^{\bar{\varepsilon}}}{p_2^{\bar{\varepsilon}-1}}$ $T_1 (V_1/z_1)^{\bar{\varepsilon}-1} = T_2 (V_2/z_2)^{\bar{\varepsilon}-1}$	$(p_1/z_1) V_1^{\bar{\delta}} = (p_2/z_2) V_2^{\bar{\delta}}$ $\frac{T_1^{\bar{\delta}}}{(p_1/z_1)^{\bar{\delta}-1}} = \frac{T_2^{\bar{\delta}}}{(p_2/z_2)^{\bar{\delta}-1}}$ $T_1 V_1^{\bar{\delta}-1} = T_2 V_2^{\bar{\delta}-1}$
Расчетные формулы через термические коэффициенты и теплоемкости	$k_H = \frac{C_p}{C_V (\beta/\beta_0) + zR(\gamma/\gamma_0)}$	$\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H} = \frac{zR((\alpha/\alpha_0) - 1)}{C_p}$	$\delta_H - 1 = \frac{zR(\gamma/\gamma_0)}{C_V + zR(\gamma/\gamma_0)} \left(1 - \frac{1}{(\alpha/\alpha_0)} \right)$

На рис. 1 и 2 в качестве иллюстрации приведены графики двух показателей изоэнтальпы метана (расчет проведен по многоконстантному уравнению состояния метана [3], рекомендованному Росстандартом РФ).

Далее перейдем к рассмотрению неизоэнтальпической фильтрации газа. Теория неизоэнтальпической фильтрации природного газа разрабатывалась многими специалистами (Б.Б. Лапук, Э.Б. Чекалюк, Э.А. Бондарев и др. [4–6]). В развиваемом ниже подходе ис-

пользуются два показателя изоэнтальпы k_H , ε_H . Показатель k_H связывает давление и объем одного моля газа при его изоэнтальпическом течении, а показатель ε_H – давление и температуру газа. При этом k_H применяется вместо коэффициента сжимаемости газа z , а ε_H – вместо

коэффициента Джоуля–Томпсона $\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H$.

Разумеется, с формально-математической точки зрения применение двух показателей изо-

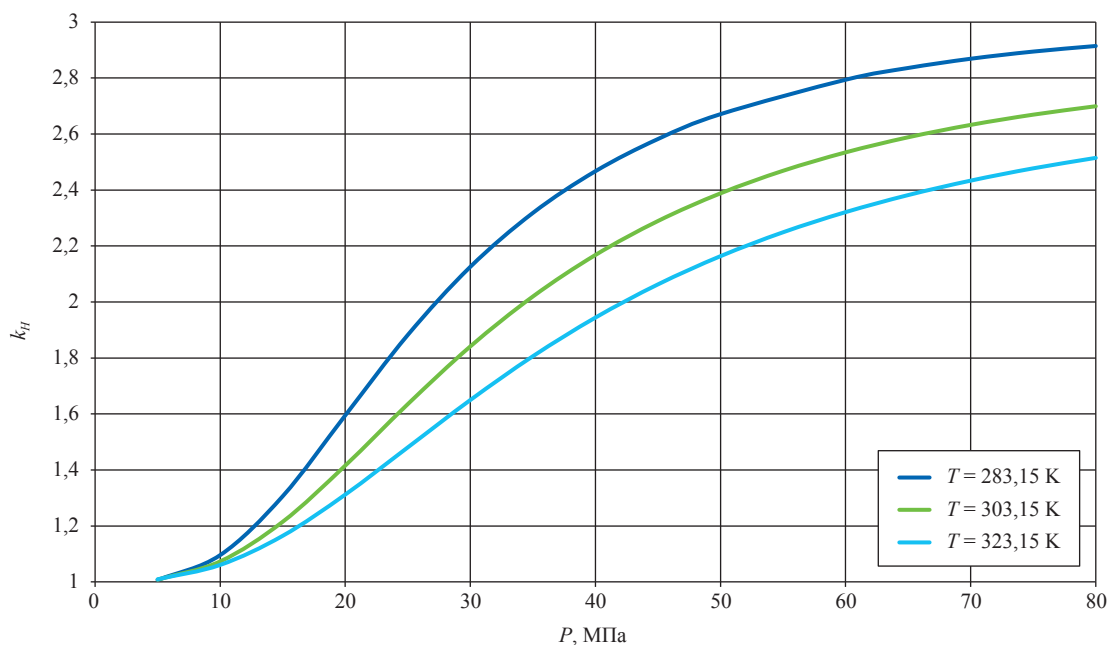


Рис. 1. Зависимость показателя изоэнтальпы k_H от температуры и давления

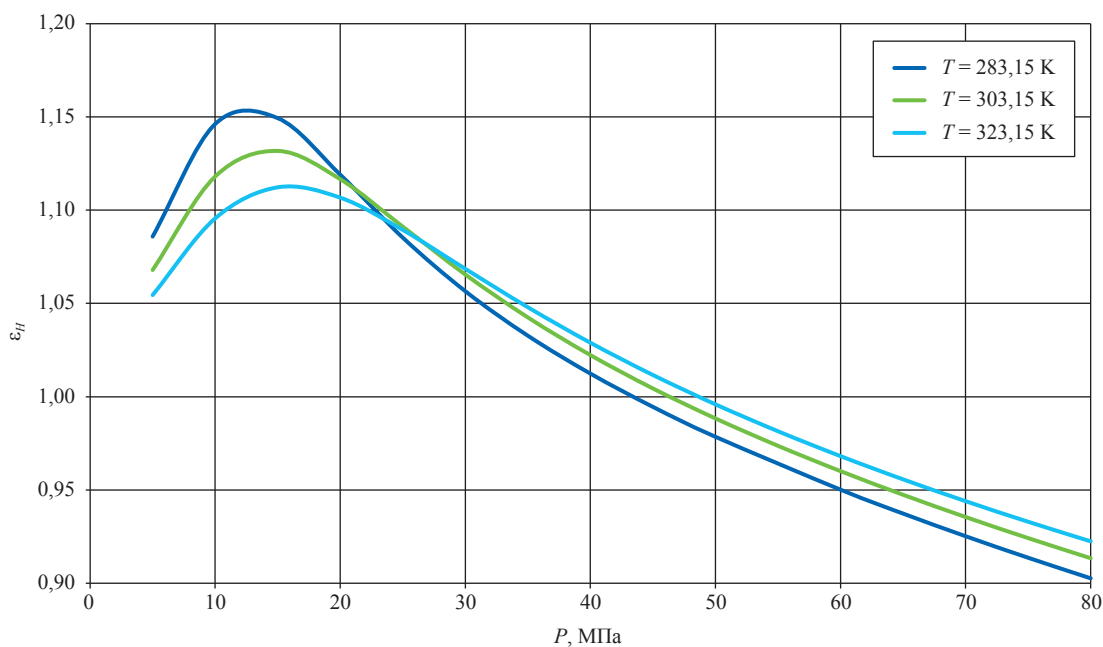


Рис. 2. Зависимость показателя изоэнтальпы ε_H от температуры и давления

энтальпы k_H , ε_H или же коэффициентов Джоуля–Томпсона μ и сжимаемости z (взятых вдоль изоэнтальпы) эквивалентно. Однако следует отметить некоторое преимущество использования k_H , ε_H : эти показатели достаточно мало меняются вдоль изоэнтальпы, особенно ε_H (его изменение вдоль изоэнтальпы меньше, чем коэффициента μ). Это дает возможность получать достаточно точные приближенные решения, причем в простом и наглядном виде.

Как известно, академик Л.С. Лейбензон [5] провел линеаризацию уравнений фильтрации не только для идеального, но и для политропного газа. Причем под определением политропного газа как раз и понималось уравнение типа (3), выражающее степенную связь плотности газа с давлением. Позже Г.И. Баренблатт [6] и другие авторы также рассматривали уравнение фильтрации политропного газа.

Следует подчеркнуть, что соотношения (2)–(4) для задачи неизоэнтальпической фильтрации газа полностью заменяют (автоматически учитывают) уравнение $H = const$ и одновременно термическое уравнение состояния газа. При этом термодинамическая часть задачи максимально полно «отделяется» от фильтрационной части, которая сводится к течению политропного газа с уже известным показателем k_H , полученным из решения термодинамической части задачи (k_H определяется «вдоль изоэнтальпы» как функция давления или температуры дросселирующегося газа). Что же касается функциональной связи температуры и давления газа при его неизоэнтальпической фильтрации, то она определяется из соотношения

$$\frac{\varepsilon_H - 1}{\varepsilon_H} = \frac{p}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H, \text{ которое приближенно инте-}$$

грируется с получением соотношения (5).

Таким образом, задача неизоэнтальпической фильтрации газа сведена к решению задачи фильтрации политропного газа с показателем политропы, равным показателю изоэнтальпы k_H (с учетом зависимости k_H от давления газа вдоль изоэнтальпы). Разумеется, при получении приближенных решений приходится осреднять физические свойства газа, например его вязкость, а также показатели изоэнтальпы (чего не требуется при численной реализации фильтрационной задачи).

Предложенная переформулировка задачи неизоэнтальпической фильтрации газа допускает удобные в практическом отношении прибли-

женные решения применительно к течению реального газа в призабойной зоне пласта (ПЗП). Например, если рассматривать неизоэнтальпическую фильтрацию реального газа к одиночной скважине при пластовом давлении $p_{пл}$ и депрессии на пласт $\Delta p = p_{пл} - p_{заб}$ с использованием линейного закона Дарси или же двучленного закона, то приближенные решения задачи будут иметь близкий вид, как и для случая изотермической фильтрации реального газа. Изменяется лишь степень u давления газа p . Точнее, для получения приближенных решений задачи неизоэнтальпической фильтрации газа во всех приближенных соотношениях для изотермической фильтрации газа следует формально коэффициент сжимаемости z заменить на едини-

цу, а вместо p^2 использовать величину $p^{\frac{\bar{k}_H + 1}{\bar{k}_H}}$, где \bar{k}_H – показатель изоэнтальпы.

Приведем соответствующие соотношения для случая фильтрации газа к совершенной скважине.

Стационарное распределение давления в радиальном направлении от скважины $p(R)$ может быть представлено в виде

$$p^{1+1/\bar{k}_H} \left(\frac{R}{R_{скв}} \right) = p_{заб}^{1+1/\bar{k}_H} + \frac{p_{пл}^{1+1/\bar{k}_H} - p_{заб}^{1+1/\bar{k}_H}}{\ln \frac{R_{пл}}{R_{скв}}} \ln \frac{R}{R_{скв}}, \quad (18)$$

где $R_{скв}$ – радиус скважины; $R_{пл}$ – радиус контура питания кругового пласта, на котором пластовое давление остается невозмущенным.

Уравнение притока к совершенной скважине может быть выражено формулой (для фильтрации по закону Дарси)

$$p_{пл}^{1+1/\bar{k}_H} - p_{заб}^{1+1/\bar{k}_H} = A Q, \quad (19)$$

а при переходе к двучленному закону фильтрации в правой части (19) добавляется слагаемое $B Q^2$:

$$p_{пл}^{1+1/\bar{k}_H} - p_{заб}^{1+1/\bar{k}_H} = A Q + B Q^2, \quad (20)$$

где Q – дебит скважины; A и B – фильтрационные параметры.

Для степенного закона фильтрации:

$$p_{пл}^{1+1/\bar{k}_H} - p_{заб}^{1+1/\bar{k}_H} = A Q^n. \quad (21)$$

Следует иметь в виду, что, например, определяемые по соотношению (20) параметры A и B оказываются перекалиброванными (т.е. они

изменяются по сравнению с параметрами, получаемыми традиционным способом, когда при обработке промысловых данных по исследованиям скважин в соотношениях используются осредненный коэффициент сжимаемости и квадрат давления). Необходимо подчеркнуть, что в (19)–(21) неизотермичность течения газа в ПЗП автоматически учитывается. Нетрудно заметить, что данный подход обобщается и на газоконденсатные скважины, а также на учет конденсации паров воды из газа в призабойной зоне.

Для частного случая идеального газа показатель $k_H = 1$, следовательно, в формулах (19)–(21) давление газа получается в квадрате, как и должно быть. Таким образом, имеет место предельный переход к соотношениям неизотермической фильтрации для идеального газа. Реальный газ с повышением его давления становится малосжимаемым флюидом, при этом показатель изопаталпы k_H растет (см. рис. 1), т.е. осуществляется постепенный переход от модели фильтрации идеального газа к модели фильтрации малосжимаемой, а затем и практически несжимаемой жидкости. При этом показатель степени у давления, равный $1 + 1/k_H$, уменьшается от 2 и в пределе стремится к 1, следовательно, реализуется плавный переход «от газа к нефти». На рис. 3 приведен рассчитанный комплекс $1 + 1/k_H$ для достаточно высоких давлений метана.

Например, для природных газов месторождений Южной Якутии при начальном пластовом давлении 13–15 МПа $k_H \approx 1,25$ –1,30, а показатель степени у давления $(1 + 1/k_H) \approx 1,8$. Для термобарических условий залежи Ковытинского месторождения $(1 + 1/k_H) \approx 1,5$ –1,6.

Таким образом, в общих чертах развит альтернативный подход к описанию неизотермической фильтрации газа в окрестности скважины, в котором используются два показателя изопаталпного процесса (показателя изопаталпы). При этом аналитический аппарат теории неизотермической фильтрации упрощается: задачи изотермической и неизотермической фильтрации оказываются практически одинаковыми по сложности. Можно сказать, что применение показателей изопаталпы позволяет в некотором смысле «разделить» термодинамику и газодинамику: уравнение фильтрации сразу записывается «вдоль изопаталпы», т.е. неизотермичность фильтрационного течения учитывается по существу автоматически. Кроме того, устраняется имеющаяся нелогичность в методиках обработки гидрогазодинамических исследований нефтяных и газовых скважин на стационарных режимах: при фильтрации нефти используется зависимость разности пластового и забойного давлений как функции дебита, а при фильтрации газа – разности квадратов давлений (в том числе и при высоких давлениях, когда газ становится малосжимаемым флюидом).

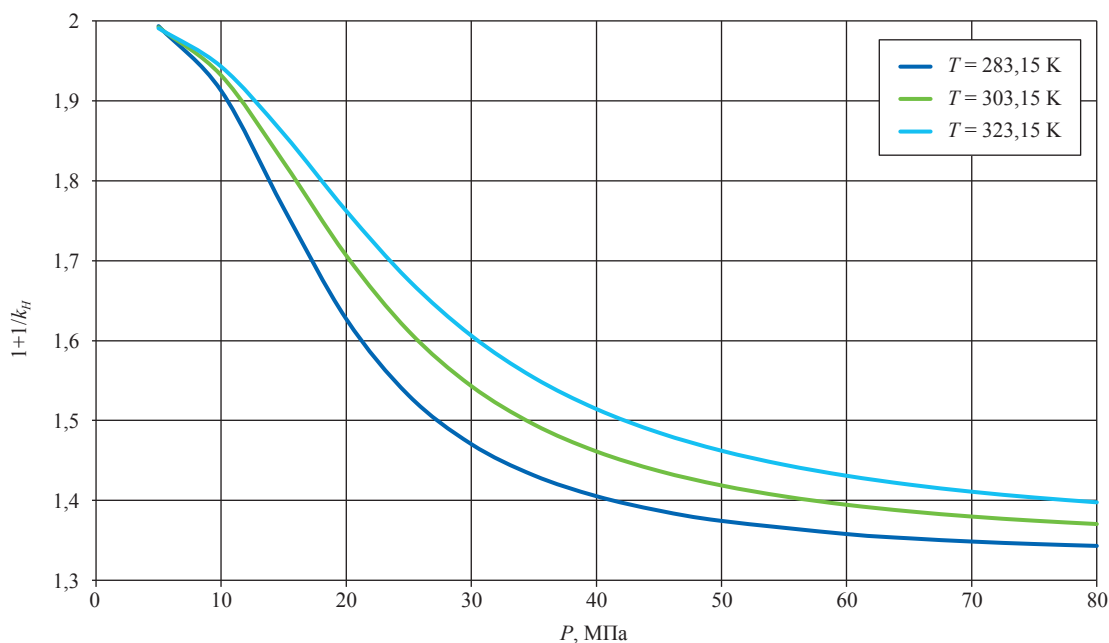


Рис. 3. Зависимость комплекса $1 + 1/k_H$ от температуры и давления

Предложенный неизотермический подход целесообразно применять для обработки газодинамических исследований скважин на стационарных режимах фильтрации при давлениях газа в залежи выше 20–25 МПа, например для начального периода разработки ачимовских и валанжинских залежей Западной Сибири, залежей Иркутской области, а также месторождений Прикаспийской впадины.

Список литературы

1. Истомин В.А. Показатели изоэнтропии реального газа: определения и основные соотношения / В.А. Истомин // Журнал физической химии. – 1997. – Т. 71. – № 6. – С. 998–1003.
2. Истомин В.А. Показатели изоэнтропии реального газа: особенности их применения в термогазодинамике / В.А. Истомин // Журнал физической химии. – 1998. – Т. 72. – № 3. – С. 212–218.
3. Сычев В.В. Термодинамические свойства метана / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, В.А. Загорученко и др. – М.: Изд-во стандартов, 1979. – 348 с.
4. Бондарев Э.А. Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа / Э.А. Бондарев, В.И. Васильев, А.Ф. Воеводин и др. – Новосибирск: Наука, 1988. – 272 с.
5. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде / Л.С. Лейбензон. – М.; Л.: ОГИЗ, Гостоптехиздат, 1947. – 244 с.
6. Баренблатт Г.И. Теория нестационарной фильтрации / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. – М.: Недра, 1972. – 288 с.