

УДК 551

М.М. Чумаков, Д.А. Онищенко, С.Н. Хахалина

Методика моделирования процесса размыва донного грунта в окрестности килей крупных ледяных образований

Размыв донных грунтов представляет собой форму эрозии морского дна, порождаемую гидродинамическим воздействием воды. Придонные течения различной природы (постоянные, приливные, вызванные волнением и др.) в зависимости от направления и величины скорости течения, а также характеристик донного грунта могут вызывать размыв поверхности дна, в результате чего образуются промоины, воронки, борозды, подводные долины, котловины и т.д. Задача выявления потенциальной опасности возникновения размывов и их развития во времени, а также разработка инженерных мероприятий по их предотвращению имеет важное значение при проектировании различных объектов обустройства морских месторождений – стационарных платформ, подводных добычных комплексов (ПДК), трубопроводов. Соответствующие вопросы рассмотрены в большом количестве публикаций (см., например, [1–3] и библиографию в них) и частично отражены в нормативных документах [4–6].

В связи с интенсификацией освоения мелководного шельфа северных морей необходимость в разработке и применении надежных, теоретически и экспериментально обоснованных методов расчета эрозии морского дна существенно возрастает. Это связано с тем, что в исследуемых районах мелководного шельфа наблюдаются активные процессы торошения и стамухообразования. Из теоретической гидродинамики известно, что при обтекании потоком преград наблюдается увеличение скоростей течения. Поэтому в районах расположения стамух и торосов с глубокими килями могут реализовываться сценарии размыва морского дна вследствие увеличения скоростей придонных течений в окрестности ледяных килей. Если результирующая величина скорости превышает значение неразмывающей (для данного грунта) скорости, то для заглубленных инженерных объектов (трубопроводы, кабели питания и связи, шлангокабели, а также, например, ПДК в заглубленном исполнении) в дополнение к опасности ледовой экзарации (явление выпаживания донного грунта килями движущихся ледяных образований) появляется опасность «классической» экзарации гидродинамической природы.

В настоящей статье приводится краткий обзор применяемых методов и подходов к решению различных задач о локальном размыве, предлагаются рекомендации по исследованию процессов размыва дна в окрестности килей ледяных образований, еще недостаточно изученных.

Необходимо отметить, что в настоящее время данная проблема имеет большое практическое значение в связи со строительством и эксплуатацией подводного перехода магистрального газопровода Бованенково – Ухта через Байдарацкую губу, перспективными морскими трубопроводами в Обской губе (при обустройстве первоочередных газоконденсатных месторождений Северо-Каменномысское и Каменномысское-море) и на прилегаемых к мысу Харасавэй участках континентального шельфа – при обустройстве перспективных Ленинградского и Русановского месторождений, строительстве выносного терминала по отгрузке углеводородного сырья в районе порта Харасавэй [7].

Ключевые слова:
размыв донного грунта,
ледяные образования,
эрозия морского дна,
осадконакопление,
заносимость борозд,
размывающая скорость,
касательное напряжение трения.

Keywords:
bottom ground wash-out,
ice formations,
sea floor erosion,
sediment accumulation,
sediment accumulation in trenches,
erosive velocity,
friction shear stress.

Вопрос о скорости осадконакопления и заносимости борозд

Важным аспектом в принятии экономически целесообразных проектных решений и обеспечении безопасной эксплуатации морских трубопроводов и ПДК является оценка вероятности их повреждения вследствие ледовой экзарации дна киями стамух или дрейфующих торосистых образований и, как конечный результат, определение оптимального заглубления их в донный грунт. Для получения надежных оценок указанных величин, в частности, необходимо располагать достоверной информацией об интенсивности ледово-экзарационных процессов по трассе трубопровода или в районе размещения ПДК. В настоящее время количество экзарационных борозд на погонном километре трассы трубопровода на фиксированную дату определяют на основании данных полевых съемок рельефа дна гидролокатором бокового обзора (ГЛБО). Однако получить оценку интенсивности актов выпаживания, т.е. среднее число новых борозд, появляющихся в течение одного года, очень трудно, поскольку срок жизни борозд выпаживания в данной области существенно зависит от литодинамических условий на конкретной акватории и соотношения частоты актов пропашки дна с транспортом наносов [8].

Оценка «возраста» борозд выпаживания по снимкам ГЛБО требует выполнения экспедиционных работ по повторной съемке дна вдоль трассы трубопровода по фиксированным профилям в течение нескольких последовательных сезонов, а также разработки соответствующей методики идентификации «старых» (обнаруженных ранее) и «новых» (обнаруженных в данном сезоне и отсутствующих на предыдущих снимках) борозд, детектируемых на снимках с одного и того же полигона за разные годы. Поэтому в большинстве случаев приходится ограничиваться эвристическими предположениями о продолжительности существования обнаруженных борозд выпаживания, что может привести к принятию неверных проектных решений по глубине заложения трубопроводов.

Попытки решения задачи о заносимости борозд посредством гидродинамического моделирования в волновых бассейнах в настоящее время также представляются нереалистичными в силу высокой стоимости. Все сказанное определяет необходимость применения в инженерной и научной практике высокоточных

численных гидродинамических моделей динамики вод. Использование при гидродинамическом моделировании современной трехмерной численной модели эрозии морского дна позволяет рассчитывать не только пространственное распределение скоростей потока, но и локализацию, и распределение глубины эрозии дна, а также скорость отложения (депонирования) донных наносов.

Корректность результатов численных расчетов и, соответственно, возможность их применения для оценки величины эрозии морского дна и транспорта донных наносов зависят от правильного учета физических процессов, определяющих локальную динамику вод, главными из которых являются турбулентность и взаимодействие турбулентного течения с донным грунтом и седиментами.

Концепции размывающей скорости и критического значения касательного напряжения трения как критерии размыва

Решение задачи о расчете возможного размыва включает в себя два этапа: сначала необходимо определить, будут ли иметь место эрозионные процессы в данном районе дна, а затем, в случае положительного ответа на первый вопрос, необходимо определить форму зоны размыва и соответствующее распределение глубин. Первый этап, очевидно, более простой, чем второй, тем не менее, даже его исследование является нетривиальной задачей.

Граница размыва грунта может быть определена на основе концепции допустимой неразмывающей скорости для донного грунта, в которой критерием отсутствия размыва на границе «грунт – жидкость» является условие, что характерное значение скорости потока (обычно донная или средняя на вертикали скорость) не превышает некоторого критического значения. Такой подход реализован в действующих отечественных нормативных документах (см., например, [4, 9–12]) и исторически основывается на теоретических работах [13, 14], в которых, во-первых, были определены понятия неразмывающей и размывающей скоростей, а во-вторых – из соотношения баланса моментов сил, действующих на частицу грунта, получен общий вид зависимости донной неразмывающей скорости от плотности, диаметра и формы частиц.

Наиболее глубокие и всесторонние исследования механизма воздействия водного

потока на твердые частицы при донногрядном режиме транспортирования в широких руслах рек с несвязными грунтами были проведены в пятидесятых годах прошлого столетия и отражены в публикациях [15, 16], где с позиции динамики русловых потоков выделены основные режимы транспортирования песка и охарактеризованы соответствующие параметры потока. Разработанный подход оказался весьма эффективным: предложенные в нем параметры и сейчас используются при проведении расчетов стока наносов рек [17]. Успех данного подхода обусловлен тем, что он основан на преобразовании теоретических формул для донных скоростей потока [13, 14] в уравнения, использующие значения средней на вертикали скорости. Важно отметить, что это преобразование было выполнено в соответствии с универсальным логарифмическим законом для профиля скоростей в пристеночных областях течений в трубах и каналах, который был открыт в конце двадцатых годов прошлого столетия Л. Прандтлем [18] при разработке теории турбулентного пограничного слоя.

Практическое значение этого преобразования состоит в том, что даже в настоящее время получить надежные измерения донной (иногда используется термин «придонной») скорости, т.е. скорости воды на уровне выступов шероховатости донного грунта, весьма затруднительно, тогда как средняя скорость потока, определяемая как отношение расхода

воды к площади живого сечения, является достаточно легко определяемой величиной для рек и каналов.

В то же время необходимо отметить, что разные нормативные документы рекомендуют значения средней неразмывающей скорости, существенно отличающиеся друг от друга. В качестве примера приведем данные, полученные по пяти источникам (табл. 1).

Применительно к задаче об эрозии морского дна, в том числе в условиях наличия ледяного покрова, понятие «средней на вертикали неразмывающей на плоском дне скорости потока» [10, 11] практически неприменимо, поэтому определяющей характеристикой в данной задаче может служить донная скорость. Соответствующие рекомендации содержатся, например, в работах [4, 12], при этом, как показывают данные табл. 1 (для $H = 0$), документы дают близкие значения.

Другой, более распространенный в зарубежной инженерной практике подход к определению возможности начала процесса эрозии основан на понятии касательного напряжения, возникающего в потоке жидкости, и был разработан А. Шилдсом (А. Shields) в 1936 г. Он предложил использовать в качестве параметра, определяющего начало перемещения донных частиц, отношение опрокидывающего момента, действующего на частицу со стороны потока, к удерживающему моменту, обусловленному действием силы тяжести [19].

Таблица 1

**Критические значения неразмывающих скоростей, м/с:
донных (при $H = 0$) и средних по глубине потока (при $H > 0$)**

Диаметр частиц d , мм	Глубина потока H , м					
	0 (крит. донная скорость)	0,5	1	3	5	10
0,5	0,23 / 0,23	0,45	0,54	0,71	0,81	0,96
		0,41	0,45	0,50	0,52	0,55
		–	–	–	0,42	0,44
1	0,33 / 0,31	0,54	0,64	0,84	0,96	1,14
		0,50	0,54	0,60	0,64	0,68
		–	–	–	0,56	0,59
2	0,46 / 0,41	0,64	0,76	1,00	1,14	1,35
		0,67	0,73	0,82	0,86	0,92
		–	–	–	0,72	0,75
3	0,55 / 0,48	0,71	0,84	1,11	1,26	1,50
		0,76	0,84	0,95	1,00	1,08
		–	–	–	0,86	0,89

Примечание: для $H = 0$ для каждого значения d приведены через дробь данные, полученные из работ [4] и [12] соответственно; для $H > 0$ для каждого значения d в трех последовательных строках приведены значения средней по вертикали скорости, полученные из работ [10], [11] и [1] соответственно.

Безразмерный параметр Шилдса θ определяется следующим выражением:

$$\theta = \frac{\tau}{g(\rho - \rho_f)d_{50}}, \quad (1)$$

где τ – касательное напряжение жидкости у дна; d_{50} – средний диаметр частиц песка; ρ – плотность частиц; ρ_f – плотность воды; g – ускорение свободного падения.

Принимая во внимание, что воронка размыва формируется путем отрыва и выноса в толщу потока частиц донного грунта, обусловленного действием касательного напряжения трения в придонном слое, которое возникает за счет пространственной неоднородности скорости течения, в современной инженерной практике принято в качестве индикатора (критерия) возможности размыва дна в той или иной области использовать именно величину касательного напряжения. Соответствующий подход называется *методом эрозийного потенциала*. По сути, он заключается в оценке «избыточного» касательного напряжения (относительно некоторого критического значения), при котором начинается размыв данного типа грунта.

Критическое значение сдвигового напряжения находится из формулы (1), в которую для конкретного типа несвязного грунта подставляют соответствующее значение критического параметра Шилдса. Первым шагом для нахождения последнего является вычисление безразмерного параметра R^* :

$$R^* = d_{50} \frac{\sqrt{0,1(\rho - \rho_f)\rho_f g d_{50}}}{\mu_f}, \quad (2)$$

где μ_f – динамическая вязкость воды. Далее безразмерный критический параметр Шилдса вычисляется с использованием уравнения Шилдса–Рауза [20], которое, по сути, является аналитической аппроксимацией эмпирической кривой Шилдса [21]:

$$\theta_{cr} = \frac{0,1}{(R^*)^{2/3}} + 0,054 \left[1 - \exp\left(-\frac{(R^*)^{0,52}}{10}\right) \right]. \quad (3)$$

Таблица 2

Донные допускаемые неразмывающие скорости для связных грунтов, м/с [23]

Донный грунт	Состояние	
	без взвеси	со взвесью
Тощая глина	0,55	0,75
Пластичная глина	0,65	0,90
Ил	0,75	1,05
Нормальные глины	1,15	1,50
Плотные глины	1,85	1,85

Применение формулы (3) возможно только для частиц несвязного грунта с диаметром от 0,17 до 7,01 мм и плотностью частиц 1,06–4,25 г/см³.

Для связных грунтов реализуются другие механизмы размыва. Из экспериментальных данных известно, что уменьшение размера частиц грунта сопровождается увеличением размывающей скорости. Это связано с проявлением сил сцепления у мелких частиц.

При выполнении инженерных расчетов применяется, например, упрощенная формула для определения размывающей скорости потока V_{cw} , м/с, для связного грунта исходной влажности [10]:

$$V_{cw} = 0,032C\sqrt{0,054 + 10^{-4}c_p}, \quad (4)$$

где c_p – расчетное сцепление, Па; C – коэффициент Шези, определяемый в зависимости от глубины потока H , м, и коэффициента шероховатости n по формуле Маннинга:

$$C = \frac{H^{1/6}}{n}. \quad (5)$$

Вследствие недостаточной изученности электростатических и электрохимических сил взаимодействия между частицами, которые играют существенную роль в процессах эрозии и транспорта связного грунта, применение формул (4) и (5) не всегда может обеспечить корректную оценку размывающей скорости потока для связного грунта [22]. Кроме того, коэффициент шероховатости также не является однозначно определенной величиной.

По данным источника [23], пороговые значения донной скорости лежат в пределах от 0,5 (для легких глин с минимальной плотностью) до 2,0 м/с (для плотных тяжелых глин) (табл. 2).

Для сравнения приведем в табл. 3 значения донной допускаемой неразмывающей скорости, рекомендуемые в работе [12], которые существенно разнятся с вышеприведенными.

Таблица 3

Донные допускаемые неразмывающей скорости, м/с [12]

Вид грунта	Песок	Супесь	Суглинок	Глина
В естественном залегании	0,20	0,45	0,52	0,98
В нарушенном состоянии	0,20	0,20	0,26	0,39

Учитывая, что глинистые грунты сильно различаются по своим физическим свойствам (плотность, связность и т.д.), точные рекомендации по критерию начала размыва могут быть получены только на основании экспериментов по определению критического касательного напряжения.

По мере накопления за последние десятилетия экспериментальных данных о реологических свойствах связных грунтов и на основании их анализа в ряде научных работ [24–26] было показано, что связный грунт, в частности глины и глинистые илы, может рассматриваться как неньютоновская жидкость, для которой зависимость касательного (сдвигового) напряжения от сдвиговой вязкости описывается соотношением Кессона [27]:

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_y} + \sqrt{\mu_p \dot{\gamma}}, \quad (6)$$

где τ_y – значение критического касательного напряжения; μ_p – сдвиговая вязкость; $\dot{\gamma}$ – вертикальный градиент скорости течения жидкости.

Необходимо отметить, что в реологии неньютоновской жидкости под значением критического касательного напряжения понимается такая величина нагрузки, при достижении которой внутри объема жидкости возникает течение, и неньютоновская жидкость утрачивает свойства твердого тела. В формуле (6) значение сдвиговой вязкости равно динамической вязкости неньютоновской жидкости при ее течении под воздействием критического касательного напряжения.

Такой подход к моделированию связного грунта позволяет рассматривать процесс донной эрозии как изменение формы свободной поверхности более плотной неньютоновской жидкости под воздействием касательных напряжений, вызываемых турбулентным движением над ней менее плотной ньютоновской жидкости (воды). Поскольку все современные гидродинамические (CFD) вычислительные комплексы включают в себя средства для проведения расчетов в многофазных средах, то с их помощью могут быть получены достоверные оценки интенсивности размыва донного связного грунта.

Основные методы численного исследования местного размыва

Проведенный выше анализ показывает, что инженерные подходы не могут помочь при исследовании задачи о размыве дна в условиях наличия килей ледяных образований. Поэтому решение поставленной задачи может быть найдено только с помощью численного моделирования гидродинамической системы. Основы современной методологии численного расчета локального размыва впервые были сформулированы в 1993 г. в работе [28] и развиты в работах [29] и [30]. Разработанный подход предполагает применение программы-решателя уравнений течения Навье–Стокса совместно с алгоритмом переноса наносов для моделирования воронки размыва, формирующейся у основания круглой опоры. Результаты этих исследований позволили сделать вывод, что «трехмерные численные модели в состоянии рассчитать размыв у препятствия, имеющего достаточно сложную геометрическую форму».

Совершенствование программ-решателей и повышение быстродействия вычислительной техники позволило изучать процесс формирования воронки [31] и развития размыва во времени [32, 33], а также выполнять детальное изучение структуры течения внутри воронки размыва [34].

В современной практике для проведения расчетов по определению параметров размыва и транспорта наносов в качестве программ-решателей используются в основном конечно-элементные вычислительные комплексы (БК), такие как ANSYS-CFD и FLOW-3D.

Основное достоинство БК ANSYS-CFD заключается в том, что он содержит широкий спектр разнообразных моделей турбулентности, которые используются при расчете течения посредством численного решения осредненных уравнений Навье–Стокса – уравнений Рейнольдса. Комплекс содержит различные апробированные модели с двумя дифференциальными уравнениями (RANS; здесь и далее подобные аббревиатуры обозначают тип модели турбулентности), описывающие перенос турбулентной кинетической энергии и ее диссипации

в соответствии с концепцией Колмогорова [35]. К таким моделям относятся k - ε модель [36] и представленная в работе [37] ее модификация (RNG), которая заключается в применении математической теории ренормализационных групп для вычисления модельных констант. Кроме того, в рамках ВК ANSYS-CFD возможно использование оригинальной версии k - ω модели Вилкокса [38, 39], а также комбинированной модели Ментера (SST), сочетающей в себе сильные стороны k - ε и k - ω моделей [40, 41] и позволяющей учесть перенос турбулентного напряжения сдвига. Высокая эффективность этой модели обусловлена использованием во внутренней (пристеночной) области расчетной сетки k - ω модели, изначально ориентированной на разрешение мелкомасштабной турбулентности, а во внешней области – k - ε модели, предназначенной для описания крупномасштабных когерентных структур.

В дополнение ко всем перечисленным моделям турбулентности ВК ANSYS-CFD содержит инновационную модель адаптируемых масштабов (SAS), которая автоматически определяет масштаб турбулентных вихрей [42]. Эта модель является модификацией вышеописанной модели Ментера – в правую часть уравнения для ω вводится дополнительный член, учитывающий значение длины Кармана, которое зависит от вторых производных поля средней скорости. Поэтому численное решение может воспроизводить маломасштабные, нерегулярные флуктуации турбулентного потока. Такая особенность позволяет модели гибко подстраиваться (адаптироваться) к разрешенным масштабам поля скорости без избыточного подавления маломасштабных пульсаций, как это свойственно RANS-модели. Показано, что SAS-моделирование приводит к стационарным решениям для безотрывных течений или течений со слабым отрывом и нестационарным решениям в случае обширного отрыва потока [43].

К сожалению, ВК ANSYS-CFD в настоящее время не содержит готовой модели транспорта наносов, поэтому для анализа размывов

соответствующие модели должны быть подготовлены пользователем. Тем не менее, без дополнительных пользовательских программ ВК может использоваться для точного определения зон донной поверхности, в которых касательное напряжение трения превышает некоторое пороговое значение, что свидетельствует о потенциальной возможности размыва.

В отличие от ВК ANSYS-CFD другой вычислительный пакет – FLOW-3D – имеет весьма ограниченный набор моделей турбулентности. Из современных моделей – это только k - ε модель и ее модификация RNG, а также модель крупных вихрей (LES) с параметризацией подсеточной турбулентной вязкости по методике Смагоринского.

В то же время безусловным достоинством ВК FLOW-3D является то, что в нем реализована самая современная модель транспорта донных и взвешенных наносов, которая позволяет получать реалистичные оценки размыва несвязных грунтов. Процесс размыва в системе при заданных начальных и граничных условиях (определяемых в рассматриваемой задаче формой килы ледяного образования) будет продолжаться до тех пор, пока дно около ледяного образования не примет такую конфигурацию, при которой опасные вихри не будут образовываться. В работе [44] на конкретных примерах продемонстрированы возможности указанных вычислительных комплексов применительно к рассматриваемой проблеме.

Выполненный в статье обзор традиционных подходов к оценке размыва донного грунта течением показал, что инженерные подходы, оперирующие понятием допустимой неразмываемой скорости, не могут быть использованы при исследовании задачи о размыве дна в условиях наличия килей ледяных образований. Сделан вывод, что решение поставленной задачи может быть найдено только с помощью численного моделирования гидродинамической системы в рамках гидродинамических вычислительных комплексов, например таких, как ANSYS-CFD и FLOW-3D.

Список литературы

1. Халфин И.Ш. Воздействие волн на морские нефтегазопромысловые сооружения / И.Ш. Халфин. – М.: Недра, 1990. – 310 с.
2. Sumer B. The mechanics of scour in the marine environment, Advanced Series on Ocean Engineering / B. Sumer, J. Fredsoe. – N.Y.: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2002. – V. 17. – 536 p.
3. Беляев Н.Д. Защита оснований ледостойких платформ от размыва / Н.Д. Беляев // Предотвращение аварий зданий и сооружений. – <http://www.pamag.ru/pressa/razmiv>
4. СП 38.13330.2012. Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов) (актуализ. ред. СНиП 2.06.04-82*). – М.: Росстандарт, 2013.
5. ВСН 41.88. Проектирование морских ледостойких стационарных платформ. – М.: ВНИПИморнефтегаз, 1988.
6. DNV-OS-F101 Submarine Pipeline Systems. – DNV, August 2012. – 367 p.
7. Расширяем географию. На вопросы журнала отвечает заместитель Председателя Правления ОАО «Газпром» Виталий Маркелов // Газпром. – 2013. – № 4. – С. 14–19.
8. Онищенко Д.А. Вероятностный подход к оценке интенсивности ледовой экзарации в районе трасс морских трубопроводов / Д.А. Онищенко // Вести газовой науки: Современные подходы и перспективные технологии в проектах освоения нефтегазовых месторождений российского шельфа. – М.: Газпром ВНИИГАЗ, 2013. – № 3 (14). – С. 150–157.
9. Р 31.3.07-01. Указания по расчету нагрузок и воздействия волн, судов и льда на морские гидротехнические сооружения. – М.: Союзморниипроект, 2001.
10. СП 32-102-95. Сооружения мостовых переходов и подтопленных насыпей. Методы расчета местных размывов. – М.: ЦНИИС, 1996.
11. Технические указания по расчету местного размыва у опор эксплуатируемых мостов. – М.: ЦП МПС России, 2001.
12. РД 51-2.4-007-97. Борьба с водной эрозией грунтов на линейной части трубопроводов. – М.: Газпром, 1997.
13. Замарин Е.А. Транспортирующая способность и допускаемые скорости течения в каналах / Е.А. Замарин; 2-е изд., перераб. – М.-Л.: Госстройиздат, 1951. – 84 с.
14. Великанов М.А. Динамика русловых потоков / М.А. Великанов. – М.: Гостехиздат, 1955.
15. Гончаров В.Н. Динамика русловых потоков / В.Н. Гончаров. – Л.: Гидрометеиздат, 1962. – 374 с.
16. Гончаров В.Н. Основы динамики русловых потоков / В.Н. Гончаров. – Л.: Гидрометеиздат, 1954. – 452 с.
17. Исаев Д.И. Расчет стока наносов реки Невы / Д.И. Исаев, М.В. Соболев // Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. – СПб.: изд. РГМУ, 2010. – № 12.
18. Prandtl L. Uber die ausgebildete turbulenz / L. Prandtl // ZAMM. – 1928. – № 5.
19. Van Rijn L.C. Sediment transport. – P. 1: bed load transport / L.C. Van Rijn // J. Hydraulic Eng. – 1984. – V. 110. – P. 1431–1456.
20. Guo J. Hunter Rouse and Shields diagram / J. Guo // Proc 1th IAHR-APD Congress. – Singapore, 2002. – V. 2. – P. 1069–1098.
21. Buffington J.M. A systematic analysis of eight decades of incipient motion studies, with special reference to gravel-bedded rivers / J.M. Buffington, D.R. Montgomery // Water Resources Research. – Aug. 1997. – № 33 (8). – P. 1993–2029.
22. HEC-RAS River analysis system // Hydraulic Reference Manual (HEC 2010. Version 4.1), U.S. Army Corps of Engineers, Hydrologic Engineering Center. – Davis, California, 2010.
23. Беляев Н.Д. Инженерные методы предотвращения размыва дна от работы судовых движителей: автореф. дис. канд. техн. наук / Н.Д. Беляев. – СПб., 1999. – 22 с.
24. Locat J. Viscosity, yield stress, remolded strength, and liquidity index relationships for sensitive clays / J. Locat, D. Demers // Canadian Geotech. J. – 1988. – № 25(4). – P. 799–806.
25. Nguyen Q.D. Measuring the flow properties of yield stress fluids / Q.D. Nguyen, D.V. Boger // Annual Review Fluid Mechanics. – 1992. – № 24. – P. 47–88.
26. Mahajan S.P. Shear Viscosity of Clays to Compute Viscous Resistance / S.P. Mahajan, B. Muniram // The 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG). – Goa, India. – 2008.
27. Casson W. A flow equation for pigment-oil suspensions of printing of the printing ink type / W. Casson // Rheology of Dispersed Systems. – London: Pergamon, 1959.
28. Olsen N.R.B. Three dimensional calculation of scour around cylinders / N.R.B. Olsen, M.C. Melaan // J. Hydraul. Eng., ASCE. – 1993. – № 119 (9). – P. 1048–1054.

29. Olsen N.R.B. Three-dimensional numerical flow modeling for estimation of maximum local scour depth / N.R.B. Olsen, H.M.K. Kjellesvig // *J. Hydraul. Res.* – 1998. – № 36 (4). – P. 579–590.
30. Richardson J.E. Three-Dimensional Simulation of Scour-Inducing Flow at Bridge Piers / J.E. Richardson, V.G. J. Panchang // *Hydraul. Eng.* – 1998. – № 124 (5). – P. 530–540.
31. Salaheldin T.M. Numerical modeling of three-dimensional flow field around circular piers / T.M. Salaheldin, J. Imran, M.H. Chaudhry // *J. Hydraulic Eng.* – 2004. – V. 130. – P. 91–100.
32. Olivetto G. Temporal evolution of clear-water pier and abutment scour / G. Olivetto, W.H.H. Hager // *J. Hydraulic Eng.* – 2002. – V. 128. – P. 811–820.
33. Melville B.W. Time scale for local scour at bridge piers / B.W. Melville, Y.-M. Chiew // *J. Hydraulic Eng.* – 1999. – V. 125. – P. 59–65.
34. Unger J. Down-flow and horseshoe vortex characteristics of sediment embedded bridge piers / J. Unger, W.H. Hager // *Exp. Fluids.* – 2007. – V. 42. – P. 1–19.
35. Колмогоров А.Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости / А.Н. Колмогоров // *Изв. АН СССР. Сер.: Физика.* – 1942. – Т. 30. – № ½. – С. 56–58.
36. Jones W.P. The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence / W.P. Jones, B.E. Launder // *Int. J. Heat Mass Transfer.* – 1972. – № 15. – P. 301–314.
37. Yakhot V. Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory / V. Yakhot, S.A. Orszag // *J. Sci. Comput.* – 1986. – № 1. – P. 3–51.
38. Wilcox D.C. Multiscale model for turbulent flows / D.C. Wilcox // *In AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting. American Institute of Aeronautics and Astronautics.* – 1986.
39. Wilcox D.C. *Turbulence Modeling for CFD* / D.C. Wilcox. – California, 1994.
40. Menter F.R. Multiscale model for turbulent flows / F.R. Menter // *In 24th Fluid Dynamics Conference.* – American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993.
41. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications / F.R. Menter // *AIAA-Journal.* – 1994. – № 32 (8). – P. 1598–1605.
42. Menter F.R. Scale-Adaptive Simulation Model using Two-Equation Models / F.R. Menter, Y.A. Egorov // *AIAA, Reno/NV.* – 2005. – P. 2005–1095.
43. Menter F.R. Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective / F.R. Menter // *International Journal of Computational Fluid Dynamics.* – 2009. – V. 23. – № 4. – P. 305–316.
44. Чумаков М.М. Численное моделирование процесса размыва донного грунта в окрестности кия тороса / М.М. Чумаков // *Вести газовой науки: Современные подходы и перспективные технологии в проектах освоения нефтегазовых месторождений российского шельфа.* – М.: Газпром ВНИИГАЗ, 2013. – № 3 (14). – С. 133–140.